

Übungen zur Vorlesung Statistik II für Studierende der Soziologie und Magisterstudierende

Prof. Dr. Thomas Augustin
Christiane Dargatz

Blatt 3

Aufgabe 1

Für die Marktforschung ziehen wir durch reine Zufallsauswahl eine Stichprobe von acht Personen und befragen sie über ihre liebste Joghurtsorte. Aus der Grundgesamtheit ist folgende Verteilung bekannt:

Erdbeer	20%
Himbeer	15%
Pfirsich-Maracuja	30%
sonstige	35%.

Bestimmen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

- (a) $P(\text{mindestens 7 Befragte geben "Pfirsich-Maracuja" an})$,
- (b) $P(\text{alle 8 Befragten geben "Erdbeer" an})$.

Aufgabe 2

Mich interessiert Folgendes:

Mit welcher Wahrscheinlichkeit geht meine Mitbewohnerin morgen Abend aus?

Ich habe bereits folgendes Verhalten meiner Mitbewohnerin beobachtet und natürlich penibel notiert:

- Wenn sie keinen Heuschnupfen hat, geht sie in 60% der Fälle aus.
- Wenn sie Heuschnupfen hat, geht sie nur in 10% der Fälle aus.

Die Wahrscheinlichkeit, dass sie morgen Heuschnupfen hat, liegt bei der momentanen Pollenflugsituation bei 70%. Berechnen Sie die gesuchte Wahrscheinlichkeit.

Aufgabe 3

Wir betrachten den Lernfortschritt von Schülern, die eine Lateinvokabel üben. Es gibt drei Lernzustände:

a_1 : Raten, d.h. Vokabel noch nicht gelernt,

a_2 : Zwischenzustand, d.h. manchmal fällt dem Schüler die Vokabel ein,

a_3 : Gelernt, d.h. Vokabel sitzt sicher.

Optimistische Annahme: Es ist kein Vergessen möglich, wenn die Vokabel einmal sicher gelernt wurde.

Gegeben sei folgende Übergangsmatrix:

		$i + 1$		
		a_1	a_2	a_3
	a_1	0.5	0.4	?
i	a_2	0.3	?	0.3
	a_3	?	?	?

- (a) Füllen Sie die Lücken auf.
- (b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, in zwei Lernschritten vom Zustand "Raten" in den Zustand "Gelernt" überzugehen?

Aufgabe 4 (Markovmodell für Kriminelle)

Vereinfachend werde angenommen, es gebe zu jedem Zeitpunkt i drei Zustände für Kriminelle:

- a_1 : ehrlich sein,
- a_2 : Verbrechen begehen,
- a_3 : verhaftet und verurteilt werden.

Ereignis A_{i1} bedeutet, dass man sich zum Zeitpunkt i in a_1 befindet, A_{i2} ist das Ereignis, sich zum Zeitpunkt i in a_2 zu befinden, A_{i3} ist das Ereignis, sich zum Zeitpunkt i in a_3 zu befinden.

Tipp: Nach der Verurteilung kann man nicht gleich wieder verhaftet werden, ohne vorher ein neues Verbrechen zu begehen.

Annahme: Unschuldige werden in meiner Welt nicht verhaftet.

- Ist das Markovmodell sinnvoll?
- Skizzieren Sie mögliche Übergänge zwischen den Zuständen.
- Welchen Wert hat die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A_{i3}|A_{i-1,3})$?
- Interpretieren Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten / Übergangswahrscheinlichkeiten $P(A_{i2}|A_{i-1,2})$ und $P(A_{i2}|A_{i-1,3})$! Angenommen, die Wahrscheinlichkeiten seien bekannt und es gelte $P(A_{i2}|A_{i-1,2}) < P(A_{i2}|A_{i-1,3})$, wie würden Sie den Strafvollzug beurteilen?

Aufgabe 5

Deine beste Freundin ruft Dich völlig aufgelöst an. Sie hat einen Aids-Test gemacht, und das Ergebnis war positiv.

Über den Aids-Test hat das Labor folgende Informationen veröffentlicht:

Bei 9.750 von 10.000 getesteten kranken Personen ergab der Test ein positives Ergebnis. Die Sensitivität des Tests beträgt also 97.5%.

Bei 9.300 von 10.000 getesteten nicht kranken Personen ergab der Test ein negatives Ergebnis. Die Spezifität des Tests beträgt also 93%.

Aus der medizinischen Fachliteratur ist bekannt, daß die Prävalenz von Aids in Europa 0,3% beträgt.

- Kannst Du die Wahrscheinlichkeit, dass Deine Freundin wirklich Aids hat, direkt an diesen Zahlen ablesen?
- Wie hoch ist bei ihrem positiven Testergebnis die Wahrscheinlichkeit, dass sie wirklich Aids hat?