Übungen zur Vorlesung Statistik II für Studierende der Soziologie und Magisterstudierende

Prof. Dr. Thomas Augustin
Christiane Dargatz

Blatt 2

Aufgabe 1

Sei Ω die Menge aller Studenten der Ludwig-Maximilians Universität. Die Menge B umfasse alle Studenten der LMU mit Nebenfach Statistik, und die Menge A umfasse alle Studenten der Soziologie. Beschreiben Sie verbal bzw. grafisch folgende Mengen:

1. $A \cap B$
2. $A \cup B$
3. $\bar{A} \cup B$

Wann würde $A = B$ gelten?

Aufgabe 2

Bei einer Stichprobe vom Umfang $n = 10$ wurde als Merkmal X die Augenfarbe erhoben (Ausprägungen: braun, blau, sonstige). 5 Personen haben die Augenfarbe braun, 3 die Augenfarbe blau, 2 sonstige. Berechnen Sie die empirischen relativen Häufigkeiten $f_X(a_i), i = 1, 2, 3$!

Überprüfen Sie, ob das Axiomensystem von Kolmogorov auch für die relativen Häufigkeiten gilt!

Aufgabe 3

Für eine Untersuchung wird aus allen Studierenden der LMU ein(e) Student(in) in einer reinen Zufallsauswahl anhand der Matrikelnummer ausgelost. Von dem ausgelosten Studenten interessieren uns besonders folgende Merkmale:

- Hauptfach Soziologie? Ja/Nein
- Hauptfach BWL? Ja/Nein
- Hauptfach Kath. Theologie? Ja/Nein
- Nebenfach Statistik? Ja/Nein

a) Es sei aus der Studentenstatistik bekannt:

- Der Anteil der Soziologiestudenten ist 10%, d.h. $P(\text{Hauptfach Soziologie}) = 0.1$
- $P(\text{Hauptfach BWL}) = 0.15$

- $P(\text{Hauptfach Kath. Theologie}) = 0.03$
- In diesem hypothetischen Beispiel gibt es kein Doppelstudium, d.h. jeder Student hat nur ein Hauptfach.

Berechnen Sie für unseren Studenten folgende Wahrscheinlichkeiten und kennzeichnen Sie die zugrundeliegenden Mengen in einem Venn-Diagramm:

1. $P(\text{nicht Hauptfach Soziologie})$
2. $P(\text{Hauptfach Soziologie} \cup \text{Hauptfach BWL})$
3. $P(\text{Hauptfach Soziologie} \cup \text{Hauptfach BWL} \cup \text{Hauptfach Kath. Theologie})$

b) Es sei weiterhin bekannt:

- $P(\text{Nebenfach Statistik}) = 0.2$
- In diesem hypothetischen Beispiel sei die Wahl des Hauptfaches unabhängig von der Wahl des Nebenfaches.

Wie würde man theoretisch die Unabhängigkeit nachweisen? Interpretieren Sie diesen Nachweis inhaltlich.

Berechnen Sie für unseren Studenten folgende Wahrscheinlichkeiten und kennzeichnen Sie die zugrundeliegenden Mengen in einem Venn-Diagramm:

1. $P(\text{Hauptfach Soziologie} \cup \text{Nebenfach Statistik})$
2. $P(\text{Hauptfach BWL} \cup \text{Nebenfach Statistik})$

Aufgabe 4

a) In einer kleinen Grundschule auf dem Lande gibt es in jeder der 4 Jahrgangsstufen 30 Schüler. Den Schulchor dürfen nur Dritt- und Viertklässler besuchen. Die Schüler verteilen sich nach folgender Tabelle:

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4
im Chor	0	0	5	15
nicht im Chor	30	30	25	15

Bestimmen Sie für ein aus allen Schülern durch reine Zufallsauswahl ausgewähltes Kind die Wahrscheinlichkeit, dass es im Schulchor ist, mit der folgenden Formel, und kennzeichnen Sie die zugrundeliegenden Mengen in einem Venn-Diagramm:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \cap B_i).$$

Von einer zweiten Schule sind nur folgende Daten bekannt:

	kocht gerne	ist gut in Mathe
im Chor	10	20
nicht im Chor	80	70

Kann man hier die Wahrscheinlichkeit, dass ein durch reine Zufallsauswahl aus allen Schülern der zweiten Schule ausgewähltes Kind im Schulchor ist, auch mit der obenstehenden Formel berechnen? Zeichnen Sie das entsprechende Venn-Diagramm.

b) Bestimmen Sie aus der oberen Tabelle die folgenden Wahrscheinlichkeiten. Welche Grundgesamtheit wird jeweils betrachtet?

1. $P(\text{Chor} \mid \text{Klasse 3})$
2. $P(\text{Chor} \cap \text{Klasse 3})$
3. $P(\text{Klasse 3} \mid \text{Chor})$
4. $P(\text{Klasse 3})$
5. $P(\text{Klasse 2} \mid \text{Chor})$